LE PARADOXE DES ANNIVERSAIRES OU LA THÉORIE DES PROBABILITÉS

Ce paradoxe pose la question suivante : Combien de personnes faut-il rassembler pour qu'il y ait au moins deux personnes ayant leur anniversaire le même jour ?

La réponse est surprenante : il suffit de rassembler 23 personnes.

La réponse peut surprendre : il suffit de rassembler seulement 23 personnes pour que la probabilité d'avoir deux personnes avec le même jour d'anniversaire dans le groupe soit supérieure à 50%.

Ce paradoxe est basé sur le principe de la théorie des probabilités. En effet, on peut calculer la probabilité que deux personnes choisies au hasard dans un groupe de N personnes aient leur anniversaire le même jour. Ensuite, en faisant varier n, on peut déterminer à partir de quel nombre de personnes la probabilité dépasse 50%.

Le paradoxe des anniversaires est souvent utilisé pour illustrer la difficulté à évaluer les probabilités dans certaines situations, et pour montrer comment des événements qui semblent improbables peuvent en réalité se produire plus fréquemment qu'on ne le pense.

Le paradoxe des anniversaires affirme que, dans une population de 23 personnes, la probabilité qu'au moins deux d'entre elles aient leur anniversaire le même jour est approximativement égale à 0.51. On parle de paradoxe car la probabilité est considérée intuitivement comme particulièrement élevée.

Le paradoxe des anniversaires résulte de l'estimation probabiliste du nombre de personnes que l'on doit réunir pour avoir au moins une chance sur deux que deux personnes de ce groupe aient leur anniversaire le même jour. Il se trouve que ce nombre est 231, ce qui choque un peu l'intuition. À partir d'un groupe de 57 personnes, la probabilité est supérieure à 99 %.

Il s'agit d'un paradoxe non pas dans le sens de contradiction logique, mais dans le sens où c'est une vérité mathématique qui contredit l'intuition : la plupart des gens estiment que cette probabilité est très inférieure à 50 %.

Cette étude est due à Richard von Mises.

Signification intuitive
Le problème des anniversaires revient à choisir un nombre n d'éléments dans un ensemble qui en comprend N, sans retrait ; c'est-à-dire sans retirer les éléments choisis, si bien que certains peuvent être identiques. Le paradoxe des anniversaires est bien un cas de ce type, car chacun a une date d'anniversaire plus ou moins aléatoire, et il n'y a pas a priori de raison autre que la probabilité pour que deux dates soient identiques ou différentes.

Imaginez par exemple qu'au cours d'une soirée réunissant n personnes, des petits papiers, sur lesquels sont notés les nombres de 1 à N, soient placés dans une corbeille. Chacun à son tour tire un papier, lit le nombre qu'il porte, puis le replace dans la corbeille. Quelles sont les chances pour que 2 nombres tirés au moins soient identiques ? ou au contraire pour que tous soient différents ?

Pour calculer la probabilité numérique, il est plus simple de compter les chances que tous les nombres soient différents. Le point-clé non évident qui induit notre intuition en erreur, concerne au contraire les chances que 2 nombres au moins soient identiques. Au bout du compte, les deux approches sont bien sûr équivalentes.

Si l'on considère un nombre tiré donné, quelles sont ses chances d'être identique à un autre ? Il peut être égal à n'importe quel autre ; en revanche, le nombre total de possibilités restreint ses chances : on a donc intuitivement une chance proportionnelle à n/N. Mais cette chance-là s'applique à tous les nombres tirés, si bien qu'à la fin, la chance qu'un nombre tiré quelconque soit identique à n'importe quel autre nombre tiré est dans une proportion d'environ n2/N. C'est là que notre intuition est trompée, et on prédit une probabilité de 50 % pour n proche de N/2 alors que √N est une meilleure approximation.

Cela revient à dire que l’on confond la question posée : les chances de n’importe quel élément choisi d’être identique à n’importe quel autre, avec une autre question proche : les chances de n’importe quel élément choisi d’être identique à un autre élément donné. Dans le cas des anniversaires, on tend à évaluer intuitivement la probabilité pour que la date d’anniversaire de quiconque soit la même qu’une date d’anniversaire donnée (par exemple, la mienne) ; au lieu de la probabilité pour que la date d’anniversaire de quiconque soit la même que celle de n’importe qui d’autre.

Reste à savoir pourquoi notre intuition est ainsi trompée, c’est-à-dire pourquoi elle ne semble pas spontanément capable d’aborder correctement un problème de ce type. C’est une question pour les sciences cognitives.